1 er Parcial Algebra 27 Cs Exactas - 1 C24 - Miercoles 22 - 5 - 24 - Est BA

D ÁLGEBRA (27) $\quad$ 1^{er} Parcial $\quad$ 1^{er} Cuatrimestre de 2024 $\quad$ Tema 2

APELLIDO .... NOMBRES .... DNI ....

1	2	3	4	NOTA

INSCRIPTO EN:

SEDE:	DIAS:
HORARIO:	AULA:

Los razonamientos usados para la resolución de los problemas deben figurar en la hoja.

1.- Sean $\Pi : 2x - 2y + z = -2$, $A = (1, 0, -4)$ y $B = (3, 1, -6)$. Hallar puntos C y D tales que $ABCD$ sea un rectángulo incluido en Π tal que la medida del lado AD es el doble de la medida del lado AB.

2.- Sean $A = \begin{pmatrix} 1 & 5 & 1 \\ k & -k & 1 \\ 7 & -1 & k \end{pmatrix}$ y $\mathbf{b} = \begin{pmatrix} 3 \\ -3 \\ 3k^2 \end{pmatrix}$. Hallar todos los $k \in \mathbb{R}$ para los cuales $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -3 \end{pmatrix}$ es una de las infinitas soluciones del sistema $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$. Para cada uno de los valores hallados, encontrar todas las soluciones del sistema.

3.- Sea $\mathbb{H} = \{\mathbf{x} \in \mathbb{R}^4 \mid 3x_1 - x_2 + 4x_3 + x_4 = 0\}$. Hallar, si es posible, un subespacio $\mathbb{S}$ de $\mathbb{R}^4$ tal que $\dim(\mathbb{S} \cap \mathbb{H}) = 1$, $\mathbb{S} \not\subseteq \mathbb{H}$ y $(1, -1, 2, 3) \in \mathbb{S}^{\perp}$.

4.- Sean $B = \{\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \mathbf{v}_3, \mathbf{v}_4\}$ y $B' = \{\mathbf{v}_2 + 3\mathbf{v}_3, \mathbf{v}_1, -\mathbf{v}_1 + \mathbf{v}_3, -\mathbf{v}_2 + \mathbf{v}_4\}$ bases de un espacio vectorial $\mathbb{V}$. Hallar las coordenadas del vector $\mathbf{v}_1 + \mathbf{v}_2 + \mathbf{v}_4$ en la base B'.

Ejercicio 3. - Buscamos $\mathbb{S}$ subespacio de $\mathbb{R}^4$ / $\dim(\mathbb{S} \cap \mathbb{H}) = 1$,
$\mathbb{S} \not\subseteq \mathbb{H}$ y $(1, -1, 2, 3) \in \mathbb{S}^{\perp}$

base de $\mathbb{H} = \{x \in \mathbb{R}^4 / 3x1 - x2 + 4x3 + x4 = 0\}$

de $3x1 - x2 + 4x3 + x4 = 0 \implies x4 = -3x1 + x2 - 4x3$

$X = (x1, x2, x3, -3x1 + x2 - 4x3) = x1(1, 0, 0, -3) + x2(0, 1, 0, 1) + x3(0, 0, 1, -4)$

$B_{\mathbb{H}} = \{(1, 0, 0, -3), (0, 1, 0, 1), (0, 0, 1, -4)\}$

$\dim(\mathbb{H}) = 3$

un $X \in \mathbb{H}$ se escribe como c.l. de los vectores de la $B_{\mathbb{H}}$:

$X = \alpha(1, 0, 0, -3) + \beta(0, 1, 0, 1) + \gamma(0, 0, 1, -4) = (\alpha, \beta, \gamma, -3\alpha + \beta - 4\gamma)$

$X = (\alpha, \beta, \gamma, -3\alpha + \beta - 4\gamma) \in \mathbb{H}$

Análisis de la dim $(\mathbb{S})$:

x Teo de la dimensión en $\mathbb{R}^4$ con $\dim(\mathbb{H}) = 3$ y $\dim(\mathbb{S} \cap \mathbb{H}) = 1$:

$\dim(\mathbb{S} + \mathbb{H}) = \dim(\mathbb{S}) + \dim(\mathbb{H}) - \dim(\mathbb{S} \cap \mathbb{H})$

$\dim(\mathbb{S} + \mathbb{H}) \le 4 = \dim(\mathbb{S}) + 3 - 1$

si $\dim(\mathbb{S}) = 1 = \dim(\mathbb{S} \cap \mathbb{H})$ ($\mathbb{S}$ estaría incluido en $\mathbb{H}$) entonces no se cumple $\mathbb{S} \not\subseteq \mathbb{H}$

no puede ser $\dim(\mathbb{S}) = 1$

si dim $(\mathbb{S}) = 3$ me escapo de la dimensión de $\mathbb{R}^4$,
pues dim $(\mathbb{S} + \mathbb{H}) \leq 4 = 3 + 3 - 1 = 5$, absurdo

Entonces :

dim $(\mathbb{S}) = 2$ y por lo tanto dim $(\mathbb{S}^{\perp}) = 2$

Como $(1, -1, 2, 3) \in \mathbb{S}^{\perp}$, entonces los vectores de $\mathbb{S}$ cumplirán :

$(v1, v2, v3, v4) . (1, -1, 2, 3) = 0$

$v1 - v2 + 2\, v3 + 3\, v4 = 0$, ecuación de los vectores de $\mathbb{S}$

Busco vectores de S que estén en $\mathbb{H}$, es decir, busco $\mathbb{S} \bigcap \mathbb{H}$:

$X \in \mathbb{H} \Longrightarrow X = (\alpha, \beta, \gamma, -3\alpha + \beta - 4\gamma)$

$v \in \mathbb{S} \Longrightarrow v1 - v2 + 2\, v3 + 3\, v4 = 0$

$\alpha - \beta + 2\gamma + 3\,(-3\alpha + \beta - 4\gamma) = 0 \Longrightarrow 2\,(-4\alpha + \beta - 5\gamma) = 0$

$\beta = 4\alpha + 5\gamma$

Elijo $\alpha = -1$, $\gamma = 1$ entonces $\beta = 1$, el vector : $X = (-1, 1, 1, (3 + 1 - 4))$

$X = (-1, 1, 1, 0) \in \mathbb{H}$ y a $\mathbb{S} \Longrightarrow (-1, 1, 1, 0) \in \mathbb{S} \bigcap \mathbb{H}$

$(-1, 1, 1, 0) \in \mathbb{S} \bigcap \mathbb{H}$

A partir de $v1 - v2 + 2\, v3 + 3\, v4 = 0$, busco otro vector de $\mathbb{S}$ que no esté en $\mathbb{H}$:

(para que dim $(\mathbb{S} \bigcap \mathbb{H}) = 1$)

$(2, 2, -3, 2)$ es vector de $\mathbb{S}$ $(2 - 2 - 6 + 6 = 0)$

$(2, 2, -3, 2)$ no es vector de $\mathbb{H}$

(en $3\, x1 - x2 + 4\, x3 + x4 = 0 \Longrightarrow 3.2 - 2 + 4\,(-3) + 2 = -6 \neq 0$)

Base de $\mathbb{S}$:

$B_S = \{(-1, 1, 1, 0), (2, 2, -3, 2)\}$

Verificamos :

$\mathbb{S} \bigcap \mathbb{H} = \{(-1, 1, 1, 0)\} \Longrightarrow$ dim $(\mathbb{S} \bigcap \mathbb{H}) = 1$

dim $(\mathbb{S}) = 2$

$\mathbb{S} \not\subset \mathbb{H}$ (pues $(2, 2, -3, 2)$ no es vector de $\mathbb{H}$)

buscamos generadores de $\mathbb{S}^{\perp}$, $v_{\perp} = (x1, x2, x3, x4)$:

$v_\perp . (-1, 1, 1, 0) = 0 \quad \Longrightarrow \quad -x1 + x2 + x3 = 0$

y

$v_\perp . (2, 2, -3, 2) = 0 \quad \Longrightarrow \quad 2\,x1 + 2\,x2 - 3\,x3 + 2\,x4 = 0$

```
Solve[{-x1 + x2 + x3 == 0, 2 x1 + 2 x2 - 3 x3 + 2 x4 == 0}, {x1, x2, x3, x4}]
```
resuelve

Solve::svars : Equations may not give solutions for all "solve" variables. >>

$\left\{\left\{x3 \to x1 - x2,\ x4 \to \frac{x1}{2} - \frac{5\,x2}{2}\right\}\right\}$

$X = \left(x1, x2, x1 - x2, \frac{x1}{2} - \frac{5\,x2}{2}\right)$

$X = x1\left(1, 0, 1, \frac{1}{2}\right) + x2\left(0, 1, -1, -\frac{5}{2}\right)$

para no tener fracciones multiplico por escalar 2

$B_{\mathbb{S}^\perp} = \{(2, 0, 2, 1), (0, 2, -2, -5)\}$

Veamos que $(1, -1, 2, 3) \in \mathbb{S}^\perp$:

$(1, -1, 2, 3) = \gamma\,(2, 0, 2, 1) + \delta\,(0, 2, -2, -5)$

```
Solve[{2 γ == 1, 2 δ == -1, 2 γ - 2 δ == 2, γ - 5 δ == 3}, {γ, δ}]
```
resuelve

$\left\{\left\{\gamma \to \frac{1}{2},\ \delta \to -\frac{1}{2}\right\}\right\}$

$(1, -1, 2, 3) = \frac{1}{2}(2, 0, 2, 1) + \left(-\frac{1}{2}\right)(0, 2, -2, -5)$

Entonces $(1, -1, 2, 3) \in \mathbb{S}^\perp$

Conclusión : el subespacio $\mathbb{S}$ que cumple las condiciones
$\mathbb{S} \in \mathbb{R}^4 \,/\, \dim(\mathbb{S} \cap \mathbb{H}) = 1$, $\mathbb{S} \not\subseteq \mathbb{H}$ **y** $(1, -1, 2, 3) \in \mathbb{S}^\perp$ **es :**

$B_{\mathbb{S}} = \{(-1, 1, 1, 0), (2, 2, -3, 2)\}$

o bien

$\mathbb{S} = \langle (-1, 1, 1, 0), (2, 2, -3, 2) \rangle$

------------------- 0 -------- ----------

Otra forma es buscar las ecuaciones de $\mathbb{S}$ y $\mathbb{S}^\perp$

$(-1, 1, 1, 0)$ $(2, 2, -3, 2)$ **son vectores de $\mathbb{S}$:**

busco ecuaciones de $\mathbb{S}$:

$$\left(\begin{array}{cc|c} -1 & 2 & x1 \\ 1 & 2 & x2 \\ 1 & -3 & x3 \\ 0 & 2 & x4 \end{array}\right) \begin{array}{c} \\ F2 + F1 \Rightarrow \\ F3 - F2 \Rightarrow \\ \\ \end{array} \left(\begin{array}{cc|c} -1 & 2 & x1 \\ 0 & 4 & x2 + x1 \\ 0 & -5 & x3 - x2 \\ 0 & 2 & x4 \end{array}\right)$$

$$\begin{array}{lrr|l} & -1 & 2 & x1 \\ & 0 & 4 & x2 + x1 \\ & 0 & -5 & x3 - x2 \\ 2\,F4 - F2 \;\Rightarrow & 0 & 0 & 2\,x4 - x1 - x2 \end{array}$$

$$\begin{array}{lrr|l} & -1 & 2 & x1 \\ & 0 & 4 & x2 + x1 \\ 4\,F3 + 5\,F2 \;\Rightarrow & 0 & 0 & 4\,(x3 - x2) + 5\,(x2 + x1) = 5\,x1 + x2 + 4\,x3 \\ & 0 & 0 & 2\,x4 - x1 - x2 \end{array}$$

ecuaciones de $\mathbb{S}$:

$\mathbb{S} = \{x \in \mathbb{R}^4 \,/\, 5\,x1 + x2 + 4\,x3 = 0\;,\; -x1 - x2 + 2\,x4 = 0\}$

$(-1, 1, 1, 0) \in \mathbb{S}$ pues : $-5 + 1 + 4 = 0$ y $1 - 1 + 0 = 0$

$(2, 2, -3, 2) \in \mathbb{S}$ pues : $10 + 2 - 12 = 0$ y $-2 - 2 + 4 = 0$

$B_S = \{(-1, 1, 1, 0), (2, 2, -3, 2)\}$

Observemos que $(5, 1, 4, 0)$ y $(-1, -1, 0, 2)$ son base de $\mathbb{S}^{\perp}$

busco ecuaciones de $\mathbb{S}^{\perp}$:

$$\begin{array}{rr|l} 5 & -1 & x1 \\ 1 & -1 & x2 \\ 4 & 0 & x3 \\ 0 & 2 & x4 \end{array} \quad \begin{array}{l} \\ 5\,F2 - F1 \;\Rightarrow \\ 5\,F3 - 4\,F1 \;\Rightarrow \\ \\ \end{array} \quad \begin{array}{rr|l} 5 & -1 & x1 \\ 0 & -4 & 5\,x2 - x1 \\ 0 & 4 & 5\,x3 - 4\,x1 \\ 0 & 2 & x4 \end{array}$$

$$\begin{array}{lrr|l} & 5 & -1 & x1 \\ & 0 & -4 & 5\,x2 - x1 \\ F3 + F2 \;\Rightarrow & 0 & 0 & -5\,x1 + 5\,x2 + 5\,x3 \\ 2\,F4 - F3 \;\Rightarrow & 0 & 0 & 4\,x1 - 5\,x3 + 2\,x4 \end{array}$$

ecuaciones de $\mathbb{S}^{\perp}$:

$\mathbb{S}^{\perp} = \{x \in \mathbb{R}^4 \,/\, x1 - x2 - x3 = 0,\; 4\,x1 - 5\,x3 + 2\,x4 = 0\}$

veamos si $(1, -1, 2, 3)$ satisface las ecuaciones :

$1 + 1 - 2 = 0$ y $4 - 10 + 6 = 0$

$(5, 1, 4, 0)$ y $(-1, -1, 0, 2)$ son base de $\mathbb{S}^{\perp}$

$B_{\mathbb{S}^{\perp}} = \{(2, 0, 2, 1), (0, 2, -2, -5)\}$

$(2, 0, 2, 1)$ satisface ecuaciones de $\mathbb{S}^{\perp}$

$2 - 0 - 2 = 0$ y $8 - 10 + 2 = 0$

$(0, 2, -2, -5)$ satisface ecuaciones de $\mathbb{S}^{\perp}$

$0 - 2 + 2 = 0$ y $0 + 10 - 10 = 0$

------------------- 0 -------- ----------

Ejercicio 4. - $B = \{v1, v2, v3, v4\}$

$B' = \{v2 + 3\,v3, v1, -v1 + v3, -v2 + v4\}$

bases de un e.v. $\mathbb{V}$

Se busca $(v1 + v2 + v4)_{B'}$

$v1 + v2 + v4 = a\,(v2 + 3\,v3) + b\,v1 + c\,(-v1 + v3) + d\,(-v2 + v4)$

$0 = (b - c - 1)\,v1 + (a - d - 1)\,v2 + (3\,a + c)\,v3 + (d - 1)\,v4$

como $\{v1, v2, v3, v4\}$ son l.i.

$b - c - 1 = 0$, $a - d - 1 = 0$, $3\,a + c = 0$, $d - 1 = 0$

de la última sale $d = 1$

en la 2 da : $a = d + 1 \implies a = 2$

en la 3 era : $c = -3\,a \implies c = -6$

en la 1 a : $b = c + 1 \implies b = -6 + 1 = -5$

coordenadas de $(v1 + v2 + v4)_{B'} = (a, b, c, d)$

$(v1 + v2 + v4)_{B'} = (2, -5, -6, 1)$

------------------- ------------------

Verificación :

$v1 + v2 + v4 = 2\,(v2 + 3\,v3) + (-5)\,v1 + (-6)\,(-v1 + v3) + 1\,(-v2 + v4)$

$2\,(v2 + 3\,v3) + (-5)\,v1 + (-6)\,(-v1 + v3) + 1\,(-v2 + v4)$

$-5\,v1 - v2 - 6\,(-v1 + v3) + 2\,(v2 + 3\,v3) + v4$

```
Simplify[-5 v1 - v2 - 6 (-v1 + v3) + 2 (v2 + 3 v3) + v4]
```

simplifica

$v1 + v2 + v4$

------------------- 0 -------- ----------

Ejercicio 2. -

Sea $A = \begin{matrix} 1 & 5 & 1 \\ k & -k & 1 \\ 7 & -1 & k \end{matrix}$ **y** $b = \begin{matrix} 3 \\ -3 \\ 3\,k^2 \end{matrix}$

como $\begin{matrix} 1 \\ 1 \\ -3 \end{matrix}$ **es una de las infinitas soluciones del sistema** $A\,x = b$

para cada k, hallar todas las soluciones del sistema $A\,x = b$

----

sistema $A\,x = b$ **es :**

$x1 + 5\,x2 + x3 = 3$

$k\,x1 - k\,x2 + x3 = -3$

$7\,x1 - x2 + k\,x3 = 3\,k^2$

reemplazando la solución :

$1 + 5 + (-3) = 3$ **, sí se verifica**

$k - k - 3 = -3$ **, sí se verifica**

$7 - 1 - 3\,k = 3\,k^2 \implies 3\,k^2 + 3\,k - 6 = 0 \implies k^2 + k - 2 = 0$

$$k_{1,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{(1)^2 - 4.1\,(-2)}}{2} = \frac{-1 \pm \sqrt{9}}{2} = \frac{-1 \pm 3}{2}$$

sale $k_1 = 1$, $k_2 = -2$

Busquemos las soluciones para cada k :

k = 1

$A = \begin{matrix} 1 & 5 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \\ 7 & -1 & 1 \end{matrix}$ **y** $b = \begin{matrix} 3 \\ -3 \\ 3 \end{matrix}$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 5 & 1 & 3 \\ 1 & -1 & 1 & -3 \\ 7 & -1 & 1 & 3 \end{array}\right) \begin{matrix} \\ F2 - F1 \\ F3 - 7\,F2 \end{matrix} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 5 & 1 & 3 \\ 0 & -6 & 0 & -6 \\ 0 & 6 & -6 & 24 \end{array}\right)$$

$$\begin{matrix} \\ \\ F3 + F2 \end{matrix} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 5 & 1 & 3 \\ 0 & -6 & 0 & -6 \\ 0 & 0 & -6 & 18 \end{array}\right)$$

de la última ecuación se obtiene $-6\,x3 = 18 \implies x3 = -3$

de la segunda ecuación se obtiene $-6\,x2 = -6 \implies x2 = 1$

reemplazando en la 1 a ecuación :

$x1 + 5.1 + 1.\,(-3) = 3 \implies x1 + 5 - 3 = 3 \implies x1 = 1$

Por lo tanto, con k = 1, el sistema Ax = b tiene solución única :

$(x1, x2, x3) = (1, 1, -3)$

------------------- ------------------

$k = -2$

$$A = \begin{array}{ccc} 1 & 5 & 1 \\ -2 & 2 & 1 \\ 7 & -1 & -2 \end{array} \quad y \quad b = \begin{array}{c} 3 \\ -3 \\ 12 \end{array}$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 5 & 1 & 3 \\ -2 & 2 & 1 & -3 \\ 7 & -1 & -2 & 12 \end{array}\right) \quad \begin{array}{c} \\ F2 + 2\,F1 \\ F3 - 7\,F1 \end{array} \quad \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 5 & 1 & 3 \\ 0 & 12 & 3 & 3 \\ 0 & -36 & -9 & -9 \end{array}\right)$$

$$\begin{array}{c} \\ \\ F3 + 3\,F2 \end{array} \quad \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 5 & 1 & 3 \\ 0 & 12 & 3 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right) \Longrightarrow \infty \text{ soluciones}$$

de la segunda ecuación se obtiene $12\,x2 + 3\,x3 = 3$

$4\,x2 + x3 = 1 \Longrightarrow x3 = 1 - 4\,x2$

reemplazando en la 1 a ecuación :

$x1 + 5\,x2 + 1 - 4\,x2 = 3 \Longrightarrow x1 + x2 = 2 \Longrightarrow x1 = 2 - x2$

Entonces :

$X = (2 - x2, x2, 1 - 4\,x2) = x2\,(-1, 1, -4) + (2, 0, 1)$

Por lo tanto, si $k = -2$

el sistema $Ax = b$ es compatible indeterminado y tiene ∞ soluciones :

$S = \left\{X \in \mathbb{R}^3 \,/\, X = \gamma\,(-1, 1, -4) + (2, 0, 1),\ \gamma \in \mathbb{R}\right\}$

y $(1, 1, -3)$ es solución con $\gamma = 1$

Conclusión : sólo con $k = -2$,

$\begin{array}{c} 1 \\ 1 \\ -3 \end{array}$ es una de las infinitas soluciones del sistema $A\,x = b$

------------------- 0 -------- ----------

Ejercicio 1. -

Sean π : $2\,x - 2\,y + z = -2$, $A = (1, 0, -4)$; $B = (3, 1, -6)$

Hallar C y D , para que ABCD sea un rectángulo incluido en el plano π
co··· deriva

y tal que la medida del lado AD sea el doble de la del lado AB

----

d (A, D) = 2 d (A, B)

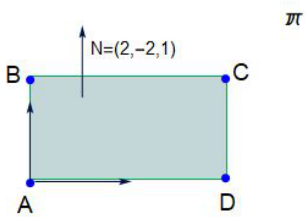
deriva

$$d(A, B) = \|A - B\| = \|(1, 0, -4) - (3, 1, -6)\| = \|(-2, -1, 2)\| \implies$$

$$d(A, B) = \sqrt{(-2)^2 + (-1)^2 + (2)^2} = \sqrt{4 + 1 + 4} = \sqrt{9} = 3$$

$$d(A, B) = 3 \implies d(A, D) = 6$$

deriva



C y D ∈ π ⟹ satisfacen $z = -2x + 2y - 2$

co⋯ deriva

$$X \in \pi \implies X = (x, y, -2x + 2y - 2)$$

Calculamos (D − A) y (B − A)

deriva

$$D - A = (x, y, -2x + 2y - 2) - (1, 0, -4) = (x - 1, y, -2x + 2y + 2)$$

deriva

$$B - A = (3, 1, -6) - (1, 0, -4) = (2, 1, -2)$$

como es rectángulo en A :

$$(D - A) . (B - A) = 0$$

deriva

$$(x - 1, y, -2x + 2y + 2) . (2, 1, -2) = 0$$

$$2(x - 1) + y + (-2)(-2x + 2y + 2) = 0$$

$$2x - 2 + y + 4x - 4y - 4 = 0$$

$$6x - 3y - 6 = 0 \implies 2x - y - 2 = 0 \implies y = 2x - 2$$

Entonces $D = (x, 2x - 2, -2x + 2(2x - 2) - 2) = (x, 2x - 2, 2x - 6)$

deriva

$$D = (x, 2x - 2, 2x - 6)$$

deriva

Usamos que la distancia d (D, A) = 6

deriva

$D - A = (x, 2x - 2, 2x - 6) - (1, 0, -4) = (x - 1, 2x - 2, 2x - 2)$

deriva

$D - A = (x - 1)\,(1, 2, 2)$

deriva

$d\,(D, A) = \|D - A\| = \|(x - 1)\,(1, 2, 2)\| = |x - 1|\,\|(1, 2, 2)\|$

deriva deriva

$d\,(D, A) = |x - 1|\,\sqrt{9} = |x - 1|\,3 = 6 \quad \Longrightarrow$

deriva

$|x - 1| = 2 \quad \Longrightarrow \quad x = 3$ ó $x = -1$

Salen dos D :

deri

con $x = 3$

$D_1 = (x, 2x - 2, 2x - 6) = (3, 4, 0)$

con $x = -1$

$D_2 = (x, 2x - 2, 2x - 6) = (-1, -4, -8)$

Cálculo de $C_{1,2}$ **:**

construimos la recta L_1 **con dirección** $(B - A)$ **y pasa por** $D_1 = (3, 4, 0)$

y la recta L_2 **con dirección** $(D_1 - A)$ **y pasa por B**

$L_1 : v_{L1} = (B - A)\,;\ D_1 = (3, 4, 0)$

$L_1 : \alpha\,(B - A) + D_1 = \alpha\,(2, 1, -2) + (3, 4, 0) = (2\alpha + 3, \alpha + 4, -2\alpha)$

$D_1 - A = (3, 4, 0) - (1, 0, -4) = (2, 4, 4)$

y la recta L_2 **con dirección** $(D_1 - A)$ **y pasa por B**

$L_2 : v_{L2} = D_1 - A;\ B = (3, 1, -6)$

$L_2 : \beta\,(D_1 - A) + B = \beta\,(2, 4, 4) + (3, 1, -6) = (2\beta + 3, 4\beta + 1, 4\beta - 6)$

$L_1 \bigcap L_2 = C_1$

igualamos :

$(2\alpha + 3, \alpha + 4, -2\alpha) = (2\beta + 3, 4\beta + 1, 4\beta - 6)$

```
Solve[{2 α + 3 == 2 β + 3, α + 4 == 4 β + 1, -2 α == 4 β - 6}, {α, β}]
```

resuelve

{{α → 1, β → 1}}

Se obtiene $\alpha = 1$ **y** $\beta = 1$

Entonces, $C_1 = (2+3, 1+4, -2) = (5, 5, -2)$

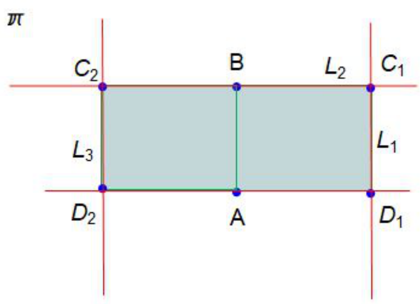
Tenemos un rectángulo $ABC_1 D_1$ con :

$A = (1, 0, -4)$

$B = (3, 1, -6)$

$C_1 = (5, 5, -2)$

$D_1 = (3, 4, 0)$



Para calcular C_2 construimos L_3

la recta L_3 con dirección $(B - A)$ y pasa por $D_2 = (-1, -4, -8)$

$L_3 : \gamma (B - A) + D_1 = \gamma (2, 1, -2) + (-1, -4, -8) = (2\gamma - 1, \gamma - 4, -2\gamma - 8)$

$L_3 \cap L_2 = C_2$

igualamos :

$(2\gamma - 1, \gamma - 4, -2\gamma - 8) = (2\beta + 3, 4\beta + 1, 4\beta - 6)$

```
Solve[{2 γ - 1 == 2 β + 3, γ - 4 == 4 β + 1, -2 γ - 8 == 4 β - 6}, {γ, β}]
```
resuelve

{{γ → 1, β → -1}}

Se obtiene $\gamma = 1$ y $\beta = -1$

Entonces, $C_2 = (2 - 1, 1 - 4, -2 - 8) = (1, -3, -10)$

Tenemos otro rectángulo $ABC_2 D_2$ con :

$A = (1, 0, -4)$

$B = (3, 1, -6)$

$C_2 = (1, -3, -10)$

$D_2 = (-1, -4, -8)$

------------------- 0 -------- ----------

$L_4 : \delta (B - A) + B = \delta (2, 1, -2) + (3, 1, -6) = (2\delta + 3, \delta + 1, -2\delta - 6)$

$L_5 : \rho (D_1 - A) + D_1 = \rho (2, 4, 4) + (3, 4, 0) = (2\rho + 3, 4\rho + 4, 4\rho)$

```
PA = Point[{1, 0, -4}];
     punto

PB = Point[{3, 1, -6}];
     punto

PC1 = Point[{5, 5, -2}];
      punto

PD1 = Point[{3, 4, 0}];
      punto

AA = Graphics3D[{Thick, Black, PA}, PointSize[Larger]];
     gráfico 3D  grueso negro       tamaño de ⋯ más grande

AB = Graphics3D[{Thick, Black, PB}, PointSize[Larger]];
     gráfico 3D  grueso negro       tamaño de ⋯ más grande

AC1 = Graphics3D[{Thick, Black, PC1, PointSize[Larger]}];
      gráfico 3D  grueso negro        tamaño de ⋯ más grande

AD1 = Graphics3D[{Thick, Black, PD1, PointSize[Larger]}];
      gráfico 3D  grueso negro        tamaño de ⋯ más grande

L1 = ParametricPlot3D[{2 α + 3, α + 4, -2 α}, {α, -4, 4}, PlotStyle → {Red}];
     gráfico paramétrico 3D                                estilo de represe⋯ rojo

L2 = ParametricPlot3D[{2 β + 3, 4 β + 1, 4 β - 6}, {β, -4, 4}, PlotStyle → {Blue}];
     gráfico paramétrico 3D                                     estilo de represe⋯ azul

L3 = ParametricPlot3D[{2 γ - 1, γ - 4, -2 γ - 8}, {γ, -4, 4}, PlotStyle → {Magenta}];
     gráfico paramétrico 3D                                    estilo de represe⋯ magenta

L4 = ParametricPlot3D[{2 δ + 3, δ + 1, -2 δ - 6}, {δ, -4, 4}, PlotStyle → {Black}];
     gráfico paramétrico 3D                                    estilo de represe⋯ negro

L5 = ParametricPlot3D[ρ {2, 4, 4} + {3, 4, 0}, {ρ, -4, 4}, PlotStyle → {Cyan}];
     gráfico paramétrico 3D                                  estilo de represe⋯ cian

Planoπ = Plot3D[{-2 x + 2 y - 2}, {x, -4, 4}, {y, -4, 4}, PlotRange → All];
         representación gráfica 3D                        rango de repr⋯ todo
```

```
Show[AA, AB, AC1, AD1, L1, L2, L3, L4, L5, PlotRange → All]
```

muestra rango de repr⋯ todo